

Dispersion des Vitesses des Ondes Acoustiques dans l'Aluminium

PAR PH. OLMER

Laboratoire de Minéralogie à la Sorbonne, Paris V, France

(Reçu le 27 octobre 1947)

Intensity measurements of X-ray diffuse scattering by single crystals of aluminium at ordinary temperatures give information on the mode of propagation of transverse and longitudinal elastic waves in the crystal.

Using monochromatic radiation each intensity (measured by an ionization chamber) can be expressed in terms of an *average total scattering power* (including Compton scattering) which has to be corrected (a) by a divergence factor corresponding to the resolving power of the spectrometer; (b) for the Compton effect associated with an atom-forming part of a crystal; (c) for second and third order scattering due to simultaneous scattering on two or three acoustic waves; and (d) for the true quantized energy distribution among the acoustic waves.

From these results the phase velocities of longitudinal and transverse elastic waves in aluminium are obtained as functions of the elastic wave vector $S=1/\lambda$. For very small values of S (long acoustic waves) the velocities found correspond to those quoted in the literature for static measurements. Otherwise a remarkable curve of dispersion, $v=f(S)$, is established for the elastic waves, which for transverse waves makes $f(S)$ very nearly a sine function such as would be expected if only the twelve nearest neighbours about each atom interacted with it. For longitudinal waves this is definitely not the case.

Appareillage et mesures

Les mesures sont effectuées avec le rayonnement quasi-monochromatique du doublet Mo $K\alpha$ ($K\alpha_1=0,7093$ A., $K\alpha_2=0,7135$ A.) obtenu par un tube à anticathode de molybdène et un monochromateur M à lame de quartz courbée de 1,180 m. de rayon (Fig. 1). L'appareillage est tout à fait analogue à celui utilisé par Laval (1939)

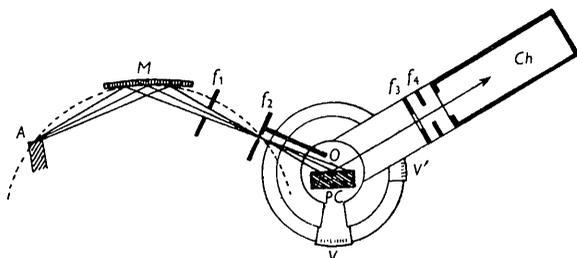


Fig. 1. Schéma général de l'appareillage: A , anticathode; M , monochromateur; f_1, f_2, f_3, f_4 , fentes; PC , porte-cristal; O , axe du spectromètre; Ch , chambre d'ionisation; V, V' , verniers de lecture.

et comprend un porte-cristal, une chambre d'ionisation et un électromètre de Lindemann. Différentes fentes et diaphragmes limitent les faisceaux incidents et diffusés, et réduisent au maximum l'entrée dans la chambre des faisceaux parasites dus à la diffusion par l'air.

Les mesures se font par une méthode de zéro et permettent d'obtenir le rapport de l'énergie diffusée dans une direction déterminée et dans un angle solide choisi, à l'énergie du faisceau incident. Ce rapport qui peut descendre jusqu'à des valeurs de 10^{-5} est mesuré avec la même précision que le rapport de deux capacités. Cependant, lors des mesures du faisceau diffusé, des causes parasites interviennent dont les deux principales

sont l'ionisation causée par le rayonnement cosmique et la dérive des accumulateurs. Il en est évidemment tenu compte dans l'évaluation du flux diffusé, mais ceci a pour effet de réduire la précision des mesures qui ne dépassent guère en définitive 4 à 6 % suivant les cas.

Tous les détails techniques relatifs à cette étude paraîtront prochainement dans un mémoire plus détaillé (Olmer, sous presse).

Monocristaux

Les monocristaux d'aluminium ont été préparés par la méthode de Lacombe et Beaujard (sous presse) à partir d'aluminium extra pur à 99,998 %. L'éprouvette est taillée en cylindre ayant 1 cm. de hauteur et 1 cm. de diamètre. Elle subit alors les traitements suivants:

(a) Recuit d'homogénéisation d'un quart d'heure à 550° C.

(b) Ecrouissage critique, consistant en une compression de 1,8 à 1,9 % selon son axe.

(c) Recuit très lent de 430 à 530° C. en 6 jours.

La proportion de monocristaux ainsi formés dépasse 80 %. Ceux-ci sont exempts de tensions, comme on peut s'en assurer par la finesse des taches qu'ils donnent aux clichés de Laue, ou aux diagrammes de cristal tournant. Ce fait est important quand on sait que toute irrégularité du réseau majeure considérablement la proportion de rayons diffusés.

Leur orientation est déterminée avec soin par des diagrammes à la chambre de Weissenberg.

Une fois le cristal formé, sa surface est débarrassée de la légère couche d'alumine qui le recouvre par un polissage électrolytique de quelques minutes (Jacquet, 1937). Les monocristaux ainsi polis gardent leur brillant spéculaire pendant plusieurs années.

Pouvoir diffusant global moyen

Soit E l'énergie du faisceau incident que nous supposons ici parallèle.

Les fentes de la chambre d'ionisation ont des ouvertures suffisantes pour que, lors de la mesure du courant d'ionisation I , correspondant au faisceau direct, celui-ci puisse pénétrer intégralement dans la chambre.

Dans le cas d'une diffusion, soit a l'angle de rencontre des rayons incidents avec la surface du cristal, et b l'angle moyen de départ des rayons diffusés entrant dans la chambre d'ionisation (Fig. 2).

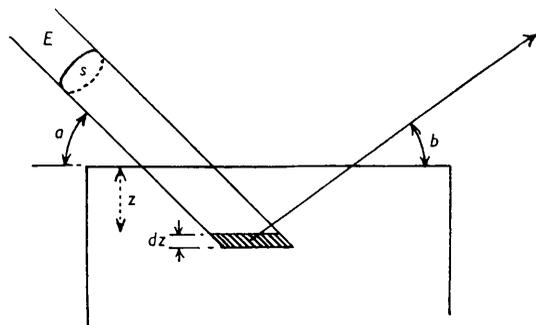


Fig. 2. Définition du pouvoir diffusant global moyen: E , énergie du faisceau incident, de section droite s ; a , angle de rencontre avec la face cristalline; b , angle de départ du rayon diffusé moyen.

L'angle de diffusion $2\phi = a + b$.

Soit s la section droite du faisceau incident. Le volume irradié à la profondeur z et d'épaisseur dz est:

$$dv = s dz / \sin a.$$

Si n représente le nombre d'électrons contenu dans 1 cm.³, le nombre dn d'électrons contenus dans ce volume dv est:

$$dn = ns dz / \sin a.$$

Soit E' l'énergie irradiant le volume dv et $d\omega$ l'énergie diffusée suivant la direction de départ, dans l'angle solide $d\omega$.

Cette énergie diffusée est proportionnelle au nombre d'électrons diffusants, à l'angle solide $d\omega$ et au flux d'énergie incidente au niveau z , E'/s . On peut donc écrire:

$$d\omega = p E' dn d\omega / s,$$

dans laquelle p représente la fraction d'énergie diffusée par un électron du cristal.

Avec Laval (1939) nous rapporterons cette fraction diffusée à celle qui le serait par un électron libre de Thomson, ϖ , diffusant dans les mêmes conditions.

On définit ainsi un pouvoir diffusant global moyen P_{gm} , 'global' car il se rapporte aussi bien à l'effet Compton qu'à des réflexions d'ordre multiples sur les plans d'ondes acoustiques, 'moyen' car nos faisceaux, tant incident que diffusés sont divergents, et qu'aux différents couples incidents-diffusés qui contribuent à une même photométrie correspondent des pouvoirs diffusants différents.

Ce pouvoir diffusant global moyen $P_{gm} = p/\varpi$.

Chaque électron du cristal diffuse en moyenne comme P_{gm} électrons libres.

Les éprouvettes sont de dimensions suffisantes, et les angles a et b ne descendent jamais au-dessous de certaines limites, pour que la proportion du rayonnement incident traversant l'échantillon et perdue pour la diffusion ne dépasse pas 1/1000.

Dans ces conditions, si μ est le coefficient d'absorption linéaire de l'aluminium pour la radiation $Mo K\alpha$, et sachant que les courants d'ionisation enregistrés sont proportionnels aux énergies des faisceaux qui leur ont donné naissance, on trouve finalement pour expression de P_{gm}

$$P_{gm} = \frac{i_a}{I} \frac{1}{\varpi} \mu_0 \left(1 + \frac{\sin a}{\sin b} \right) \frac{r_h r_l}{4hl}, \quad (1)$$

dans laquelle i_a représente le courant d'ionisation correspondant au faisceau diffusé, I le courant d'ionisation dû au faisceau direct, μ_0 le coefficient d'absorption par électron $= \mu/n$, r_h et r_l les distances des fentes en hauteur et en largeur qui limitent le faisceau diffusé au point O , centre de la surface du cristal irradié, $2h$ et $2l$ leur hauteur et leur largeur respective.

En prenant pour valeur de μ/ρ la valeur indiquée par les *Internationale Tabellen* soit 5,30, pour nombre d'Avogadro $6,02 \times 10^{23}$ et pour masse atomique de l'aluminium 26,97, on trouve $\mu_0 = 1,82 \times 10^{-23}$ cm.⁻¹.

Remarque. Le raisonnement précédent est simplifié. En fait le faisceau incident n'est pas parallèle et les fentes de la chambre d'ionisation ont des dimensions finies. Il en résulte que les différents rayons incidents et diffusés correspondent à des angles d'arrivée et de départ différents, et que le pouvoir diffusant correspondant à ces différents couples incidents-diffusés varie.

Enfin les distances r_h et r_l doivent être comptées non pas à partir de O , centre de la surface du cristal irradié, mais à partir d'un point O' intérieur au cristal qu'on peut définir comme le centre de gravité des différentes contributions.

Les corrections pour r_h et r_l sont faites pour chaque mesure. Elles peuvent entraîner pour P_{gm} des corrections de 5 à 6 % pour les cas les plus défavorables.

Les autres corrections sont évaluées au cours du calcul du facteur de divergence.

Facteur de divergence

Dans le réseau réciproque, à chaque couple de rayons incident et diffusé correspond un point X , le pôle de diffusion (Fig. 3), si 2ϕ représente l'angle de diffusion:

$$IX = 2\lambda^{-1} \sin \phi.$$

Pour une photométrie donnée, le porte-cristal et la chambre d'ionisation étant fixes, les différents points X se répartissent, par suite de la divergence du faisceau incident et du faisceau diffusé, autour d'un point moyen X_0 dans un volume que nous appellerons le *domaine de divergence*.

Par une étude géométrique des faisceaux tant incidents que diffusés, on peut construire ce domaine de divergence dans le réseau réciproque (Olmer, sous presse).

On peut également construire en position et grandeur la surface-source, origine des rayons incidents. Cette surface est placée à la distance $1/\lambda$ du point I .

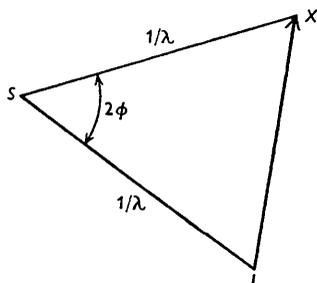


Fig. 3. Vecteur de diffusion: I , origine du réseau réciproque; SI , direction des rayons incidents; SX , direction des rayons diffusés; 2ϕ , angle de diffusion. On a: $IX = 2\lambda^{-1} \sin \phi$.

Une étude préliminaire de la répartition énergétique du faisceau incident, tant en largeur qu'en hauteur, permet d'obtenir en chaque point de cette surface-source la densité d'énergie qui lui correspond, rapportée à la densité d'énergie moyenne du faisceau tout entier.

Or, pour un point X donné du domaine de divergence, les seuls rayons incidents ayant pu contribuer à la diffusion ne peuvent se trouver que sur la droite Δ , intersection du plan médiateur de IX avec la surface source (Fig. 4). Tous les points de cette droite ne jouissent cependant pas de cette propriété. Seuls seront pris en compte les points S de la droite Δ qui correspondent à des diffusés SX pouvant effectivement rentrer dans la chambre d'ionisation.

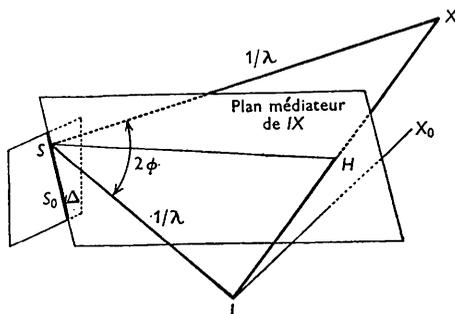


Fig. 4. Points-sources relatifs à un vecteur de diffusion donné: X_0 , pôle de diffusion moyen; X , pôle de diffusion considéré dans le domaine de divergence.

Les mesures effectuées sans corrections ayant donné une certaine valeur du pouvoir diffusant global moyen, cette valeur est affectée au point moyen X_0 du domaine de divergence. On peut ainsi tracer dans le réseau réciproque les surfaces d'isodiffusion correspondant aux différentes valeurs de P_{gm} .

En repérant alors la position du point X considéré dans le réseau réciproque, on peut connaître quelle valeur du pouvoir diffusant global moyen lui est affecté.

L'évaluation du facteur de divergence f_d découle des considérations que nous venons de développer.

On divise le domaine de divergence en 48 petits domaines élémentaires et l'on affecte à tous les points X d'un de ces domaines le pouvoir diffusant global moyen $P_{gm(x_i)}$ qui correspond à son point moyen X_i .

Connaissant la valeur du vecteur de diffusion \vec{IX}_i , sa position dans l'espace réciproque et le volume dV_i du domaine élémentaire qui lui correspond, on en déduit successivement:

(a) la portion dS_i de la surface-source d'où proviennent les seuls rayons incidents pris en compte dans cette photométrie élémentaire;

(b) le rapport de l'énergie de ce faisceau élémentaire incident à celle du faisceau total dE_i/E ;

(c) les angles a_i et b_i qui correspondent aux rayons moyens incidents et diffusés;

(d) l'angle solide $d\omega_i$ du faisceau élémentaire diffusé;

(e) l'énergie diffusée dans cette photométrie élémentaire, donnée par la formule générale (Laval, 1939):

$$de_i = P_{gm(x_i)} dE_i \varpi_i \frac{n}{\mu} \frac{1}{1 + \frac{\sin a_i}{\sin b_i}} d\omega_i.$$

En faisant la somme des de_i et en la comparant à la valeur e correspondant au faisceau diffusé total, on en déduit facilement la valeur du facteur de divergence.

On n'affectera donc plus au point X_0 moyen d'une photométrie le pouvoir diffusant global moyen P_{gm} mesuré, mais le pouvoir diffusant global vrai P_{gv} donné par la relation:

$$P_{gv} = f_d \cdot P_{gm}.$$

La valeur de ce facteur f_d dépend de la position du point X_0 dans l'espace réciproque, de la forme du domaine de divergence et de l'allure des surfaces d'isodiffusion. Seule une détermination soignée de celles-ci permet de l'évaluer avec quelque précision. Suivant les cas, f_d oscille entre 0,745 et 1,325. On voit que cette correction est, dans la majeure partie des cas, loin d'être négligeable.

Ceci ne constitue en toute rigueur qu'une première approximation. Il faudrait recommencer les calculs en repartant des nouvelles surfaces d'isodiffusion corrigées comme nous venons de le faire. Un tel raffinement est inutile dans nos mesures qui ne sont en moyenne connues qu'à 5% près.

Tous les détails de ces calculs fastidieux seront donnés dans une prochaine publication (Olmer, sous presse).

Correction de l'effet Compton

L'énergie diffusée entrant dans la chambre d'ionisation provient en partie de l'effet Compton. On évaluera sa contribution sous forme d'un pouvoir diffusant d'effet Compton P_c .

Pour évaluer P_c nous avons tout d'abord pris une formule déduite par Waller (1927, 1928, 1929, 1930) et Heisenberg (1931) de considérations théoriques et

dont Bewilogua (1931, 1932) a dressé un tableau en fonction de $\lambda^{-1} \sin \phi$. Les valeurs de P_c ainsi calculées sont portées sur la courbe I de la Fig. 5.

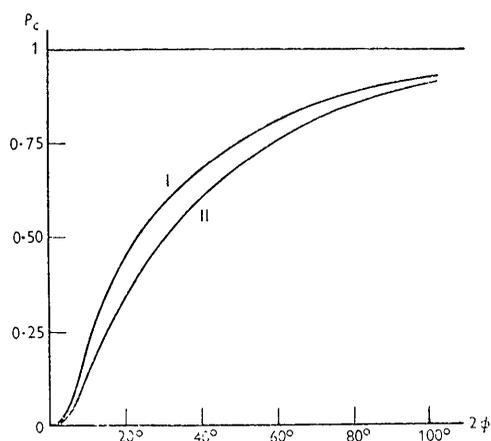


Fig. 5. Pouvoir diffusant d'effet Compton pour Al et Mo $K\alpha$: courbe I, d'après une formule de Waller et Heisenberg; courbe II, d'après Laval.

Ces valeurs sont certainement trop fortes, atteignant presque dans certains cas la valeur du pouvoir diffusant global, et conduisant à des vitesses tout à fait inadmissibles.

Laval (1942a, b) a montré qu'un atome engagé dans un cristal produisait un effet Compton moindre que s'il était libre, par suite de la présence de bandes d'énergie interdites à l'électron de recul. Cet effet est d'autant plus important que l'angle de diffusion est petit.

Les valeurs de P_c déduites par Laval pour l'aluminium sont données sur la courbe II de la Fig. 5. Ce sont elles que nous avons finalement adoptées.

On retranche du pouvoir diffusant global vrai la valeur de P_c et l'on obtient ainsi le pouvoir diffusant correspondant à l'agitation thermique seule.

Dans le cas de l'aluminium où la diffusion par agitation thermique est faible à la température ordinaire, surtout dès que le point X s'éloigne des nœuds du réseau réciproque, c'est cette incertitude sur l'effet Compton qui limite le plus la précision de nos mesures. Celui-ci variant peu avec la température, alors que l'agitation thermique et la diffusion qui en résulte croissent en général rapidement avec elle, des mesures ultérieures, faites à différentes températures permettront de déduire la part qui revient à l'effet Compton et d'améliorer ainsi nos résultats.

Décompte des pouvoirs diffusants des deuxième et troisième ordres

On sait (Laval, 1941) que pour une position donnée du vecteur de diffusion \vec{IX} dans le réseau polaire, la diffusion par les ondes d'agitation thermique est non seulement due aux réflexions du premier ordre des rayons X sur les plans d'onde acoustiques ayant comme vecteur de propagation S le vecteur \vec{MX} (Fig. 6a) et

correspondant à ce que nous appellerons le pouvoir diffusant du premier ordre, mais encore aux réflexions successives sur 2, 3, ... n ondes acoustiques dont les vecteurs d'ondes, menés de M, ont \vec{MX} comme résultante géométrique. On définit ainsi un pouvoir diffusant du deuxième ordre P_2 qui correspond aux réflexions successives sur deux ondes acoustiques (Fig. 6b), un pouvoir diffusant du troisième ordre qui correspond à trois ondes, et ainsi de suite.

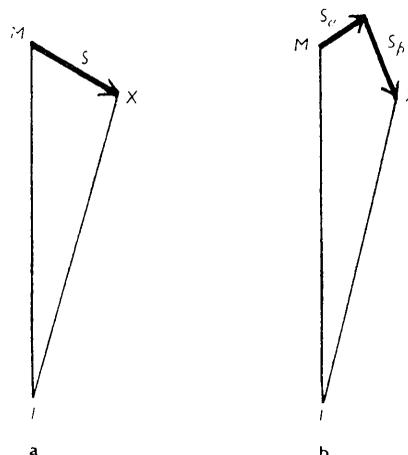


Fig. 6. a. Pouvoir diffusant du premier ordre: I, origine du réseau réciproque; M, nœud du réseau réciproque; X, pôle de diffusion; $S = MX$, vecteur d'onde acoustique ($S = 1/\lambda$) sur laquelle les rayons X se réfléchissent sélectivement. b. Pouvoir diffusant du deuxième ordre: I, M et X même signification que pour a; S_α et S_β deux vecteurs d'onde acoustique dont la somme géométrique est MX.

Il est indispensable d'évaluer avec soin ces diverses contributions, tout au moins les deux premières, pour pouvoir les retrancher du pouvoir diffusant total et obtenir ainsi la valeur du pouvoir diffusant du premier ordre qui nous permettra de calculer les vitesses des ondes acoustiques.

Alors que P_1 varie, toute choses égales d'ailleurs, comme $|X|^2$ ($|X| = IX$), P_2 varie comme $|X|^4$ et P_3 comme $|X|^6$. Si P_2 reste faible vis-à-vis de P_1 pour des valeurs de $|X|$ petites, il devient important au fur et à mesure que le vecteur de diffusion croît. C'est ainsi que dans la zone 006 ($|X|$ variant entre $123,45 \times 10^6$ et $172,83 \times 10^6 \text{ cm.}^{-1}$), P_2 a des valeurs qui sont à peu près le tiers de celles de P_1 . On voit donc qu'il ne saurait être question de le négliger, comme Born (1942-3) le fait dans sa théorie.

Le pouvoir diffusant du troisième ordre est beaucoup plus faible.

Les calculs de P_2 et P_3 se font par approximations successives. Partant a priori des vitesses des ondes acoustiques déduites de mesures mécaniques, et négligeant donc toute dispersion, on peut obtenir leurs valeurs grâce à certaines hypothèses simplificatrices.

Déduites du pouvoir diffusant total, elles permettent d'obtenir une valeur approchée pour P_1 et, par voie de

conséquence, les différentes valeurs des vitesses des ondes acoustiques et leur variation avec le vecteur d'onde S . On reprend alors ces nouvelles vitesses pour une évaluation plus correcte de P_2 et de P_3 . Ces calculs sont longs et délicats. Nous en donnerons le détail dans un mémoire plus détaillé.

Résultats. Calcul des vitesses des ondes transversales et longitudinales dans l'aluminium

Par raison de simplicité, nos mesures n'ont porté que sur l'étude de la dispersion des vitesses des ondes longitudinales et transversales dont le vecteur d'onde $1/\Lambda$ est confondu avec un axe quaternaire.

Cas des ondes longitudinales. La maille de l'aluminium vaut 4,04 Å. Il en résulte que les distances des nœuds $00l$ au point I dans le réseau réciproque sont:

$$I-002 = 49,38 \times 10^6 \text{ cm.}^{-1}; \quad I-004 = 98,76 \times 10^6 \text{ cm.}^{-1}; \\ I-006 = 148,14 \times 10^6 \text{ cm.}^{-1}.$$

Les positions du porte-cristal et de la chambre d'ionisation sont choisies de telle manière que le pôle de diffusion X se déplace sur cet axe depuis le nœud 002 jusqu'au nœud 006.

Pour une valeur du vecteur de diffusion \vec{IX} donnée, et pour la valeur du vecteur d'onde acoustique $S = \vec{MX}$ qui lui correspond (Fig. 7 a), le pouvoir diffusant du premier ordre est donné par l'expression (Laval, 1941):

$$P_1 = |X|^2 E f^2 H^2 / \eta m v_l^2, \quad (2)$$

formule dans laquelle $|X|$ représente le module du vecteur de diffusion \vec{IX} , E l'énergie de l'onde acoustique, f le facteur de structure de l'atome, H le facteur de Debye, η le nombre d'électrons contenus dans la maille élémentaire, m la masse de celle-ci, v_l la fréquence de l'onde acoustique considérée.

En effet dans ce cas seule l'onde longitudinale de fréquence v_l contribuera à la radiation diffusée du premier ordre. Les ondes transversales d'amplitude a_l et a'_l , correspondant à des déplacements perpendiculaires au vecteur de diffusion \vec{IX} ne donneront lieu à aucune diffusion.

Ainsi, sur les $3N$ ondes d'agitation thermique que comprend un cristal comportant N atomes, nous isolons la contribution d'une et d'une seule onde.

On tire de la formule précédente V_l , valeur de la vitesse de l'onde longitudinale de vecteur d'onde

$$S = \vec{MX} \quad V_l = \frac{|X| H}{|S|} \sqrt{\left(\frac{p_a E}{P_1 m} \right)} \quad (3)$$

dans laquelle p_a représente le pouvoir diffusant atomique, $p_a = f^2 / \eta$.

Nous avons calculé p_a à partir des valeurs de f calculées par James & Brindley (1931).

Connaissant P_1 par nos mesures, $|X|$ et $|S|$ par les conditions géométriques de la photométrie, donnant à

E une première valeur égale à kT en supposant l'équipartition de l'énergie entre les différentes ondes, on peut ainsi évaluer V_l .

On obtient alors v_l par la relation $v_l = V_l \cdot |S|$.

Ceci permet d'améliorer la valeur de V_l en donnant au terme E non plus la valeur kT , mais sa valeur réelle:

$$E = \hbar v [1 / (e^{\hbar v / kT} - 1) + \frac{1}{2}].$$

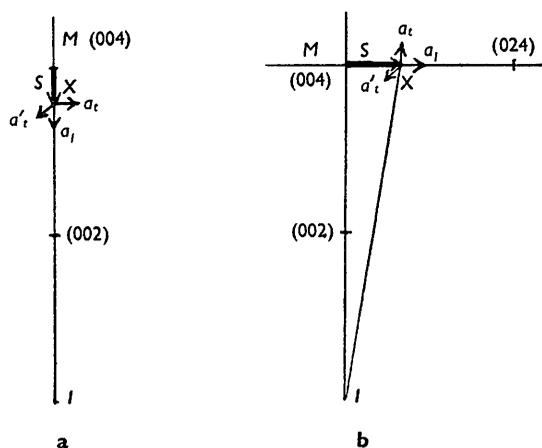


Fig. 7. a. Mesure des vitesses longitudinales: $M(004)$, nœud 004 du réseau réciproque; I , origine du réseau réciproque; X , pôle de diffusion; \vec{MX} , vecteur d'onde acoustique, correspondant aux trois vibrations longitudinale a_l et transversales a_l et a'_l , ces deux dernières étant perpendiculaires au vecteur de diffusion. b. Mesure des vitesses transversales: $M(004)$, I , et X , même signification que dans a. Le vecteur d'onde acoustique \vec{MX} correspond aux trois ondes longitudinale a_l et transversales a_l et a'_l ; dans ce cas, seule la vibration transversale a_l contribue à la diffusion.

La courbe de la Fig. 8 donne la dispersion des vitesses longitudinales en fonction du vecteur d'onde S . Les points expérimentaux, obtenus dans différentes zones, se groupent relativement bien autour d'une courbe qui a été tracée.

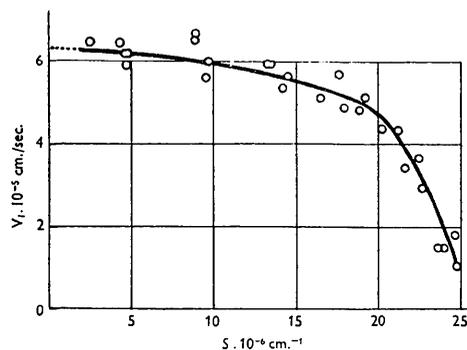


Fig. 8. Dispersion des vitesses des ondes longitudinales dans l'aluminium.

On ne saurait s'étonner de la dispersion de ces points quand on songe aux corrections multiples dont ils ont été l'objet. Il est même remarquable que la courbe, extrapolée pour la valeur $S = 0$, correspondant aux très grandes longueurs d'onde acoustiques, caractéristiques

des excitations mécaniques, redonne une valeur de V_t en excellent accord avec la valeur $6,30 \times 10^5$ cm.sec.⁻¹ donnée dans la littérature (Goens, 1933).

Il ne saurait être naturellement question de chercher ici une décimale supplémentaire.

On remarque d'autre part sur cette courbe de la Fig. 8 la diminution de la vitesse avec S et son effondrement rapide quand on arrive aux limites de la zone, soit pour $S = 24,69 \times 10^6$ cm.⁻¹.

Pour cette valeur qui correspond à une longueur d'onde acoustique égale à la maille de l'aluminium, soit 4,04 Å., la vitesse des ondes longitudinales n'a plus comme valeur que $1,0 \times 10^5$ cm.sec.⁻¹, soit moins de 6 fois celle qui correspond à un Λ infini.

Cas des ondes transversales. Pour les vitesses des ondes transversales, les mesures n'ont été effectuées que pour des positions du pôle de diffusion X situées dans le plan 001 du réseau polaire sur l'axe 010 passant par le nœud 004, c'est-à-dire (Fig. 7b) suivant la droite 004-024 ou 004-024.

Dans ce cas en effet, pour une position donnée du pôle X et un vecteur d'onde acoustique \vec{MX} , la vibration longitudinale a_l ne donne pratiquement lieu à aucune diffusion, l'angle qu'elle fait avec \vec{IX} étant voisin de $\frac{1}{2}\pi$; de même la vibration transversale a_t' perpendiculaire au plan de la figure.

Seule contribuera à la diffusion la vibration transversale a_t , et, par une formule analogue à (2) dans laquelle v_l est ici remplacée par v_t , on obtiendra l'expression de la vitesse transversale.

Les points marqués sur la courbe de la Fig. 9 représentent les moyennes de deux mesures effectuées dans des positions symétriques par rapport au nœud 004, chacune des mesures étant évidemment corrigée pour son propre compte des différents facteurs que nous avons indiqués.

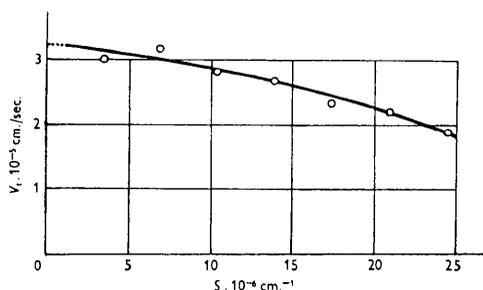


Fig. 9. Dispersion des vitesses des ondes transversales dans l'aluminium.

La fréquence des ondes transversales étant moins grande que celle des ondes longitudinales, le pouvoir diffusant qui en résulte est plus important. C'est dire qu'ici, l'influence des termes correctifs comme ceux de l'effet Compton se fera moins sentir, et les résultats seront moins dispersés.

La courbe de la Fig. 9 extrapolée pour la valeur $S=0$ redonne, ici encore, une valeur pour la vitesse des ondes transversales V_t en très bon accord avec les résultats donnés par la littérature, $V=3,25 \times 10^5$ cm.sec.⁻¹, et obtenus à partir de mesures mécaniques.

Dans les deux cas, ondes longitudinales et ondes transversales, on retombe donc pour les ondes de très grande longueur d'onde sur les constantes élastiques c_{11} et c_{44} classiques, chacune étant obtenue par la relation

$$c_{11} = \rho V_l^2 = 10,7 \times 10^{11}, \quad c_{44} = \rho V_t^2 = 2,84 \times 10^{11},$$

ρ étant la densité de l'aluminium, 2,69 g.cm.⁻³.

Il est plus intéressant de considérer les courbes $v=f(S)$ pour ces deux types de vibrations. Ces courbes sont représentées sur la Fig. 10, la limite de la zone étant indiquée par la droite L d'abscisse $24,69 \times 10^6$ cm.⁻¹.

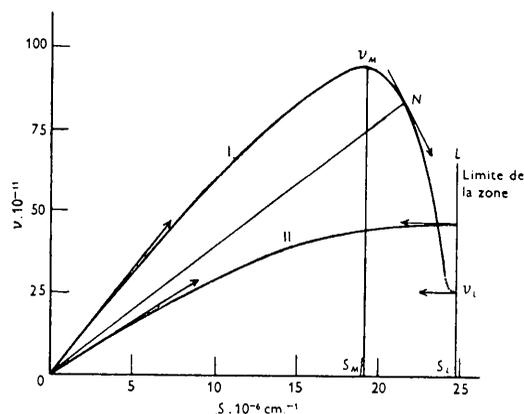


Fig. 10. Dispersion des fréquences acoustiques dans l'aluminium: courbe I, cas des ondes longitudinales; courbe II, cas des ondes transversales.

Pour un vecteur d'onde S donné, correspondant à un point N sur la courbe, la vitesse de phase de l'onde est donnée par la pente de la droite ON , alors que la vitesse de groupe correspond à la pente de la tangente à la courbe au point N .

Il est évident qu'au passage d'une zone à la suivante, c'est-à-dire pour la valeur de S limite, S_L , la vitesse de groupe doit s'annuler. Cette courbe $v=f(S)$ est périodique en S , nous n'en avons donc représenté qu'une demi-période, de $S=0$ à $S=S_L$.

La courbe relative aux ondes transversales (courbe II, Fig. 10) s'accorde remarquablement bien avec une loi de dispersion sinusoidale, de la forme:

$$v_t = 48,1 \times 10^{11} \sin \frac{1}{2}\pi S/S_L,$$

dans laquelle S_L représente le vecteur d'onde limite soit $24,69 \times 10^6$ cm.⁻¹.

On peut en conclure que, dans la propagation des ondes transversales dans l'aluminium, tout se passe comme si les seules forces agissant effectivement sur un atome provenaient uniquement des douze voisins immédiats (Brillouin, 1938, p. 315).

Au contraire, la courbe relative aux ondes longitudinales (courbe I, Fig. 10) est intéressante à plus d'un titre.

Elle est caractérisée par une fréquence maximum $\nu_M = 93,5 \times 10^{11}$, correspondant au vecteur d'onde $S_M = 18,88 \times 10^6 \text{ cm.}^{-1}$ soit approximativement $\frac{3}{4}S_L$.

La fréquence limite ν_L , correspondant à la limite de la zone, a comme valeur, $\nu_L = 24,5 \times 10^{11}$ soit approximativement le $\frac{1}{4}$ de la fréquence maximum.

Enfin sur la branche descendante, comprise entre ν_M et ν_L il est intéressant de remarquer que les vitesses de phase de ces ondes longitudinales ont un sens opposé aux vitesses de groupe.

On ne peut évidemment plus parler ici de dispersion sinusoidale.

Dans le cas des ondes longitudinales tout se passe donc comme si l'on devait faire intervenir dans le calcul de l'énergie d'interaction des différents atomes entre eux, non seulement les douze premiers voisins, mais encore les voisins immédiatement suivants et peut-être même les autres.

Conclusions

Notre étude est incomplète car l'examen de zones importantes comme III n'a pas été fait, par suite de la difficulté que nous avons eu à obtenir des monocristaux ayant une orientation permettant ces mesures. Il faut néanmoins insister sur le fait remarquable que ces mesures de diffusion de rayons X nous permettent d'explorer, sans aucune déformation du cristal, tout le domaine des longueurs d'onde acoustiques compris entre l'infini et la valeur limite 4,04 Å. correspondant à l'arête de la maille.

Les Figs. 8, 9 et 10 résument les résultats obtenus; elles donnent respectivement la dispersion des vitesses des ondes longitudinales (Fig. 8) celle des vitesses des ondes transversales (Fig. 9) et les courbes de dispersion des fréquences pour ces deux types d'ondes (Fig. 10).

Ces deux dernières montrent bien la différence qui existe dans l'aluminium entre ces deux types de propagation, les ondes transversales correspondant à une interaction entre les atomes où seuls les douze voisins immédiats interviendraient, les ondes longitudinales au contraire faisant intervenir les voisins plus éloignés.

Il n'est pas douteux que dans le cas de cristaux ioniques où les actions entre ions sont tout à fait différentes de celles que nous avons ici, entre les atomes du cristal métallique, on obtienne des courbes de dispersion différentes.

Une étude théorique, basée sur des résultats expérimentaux tels que ceux que nous avons obtenu, permettra d'améliorer notre connaissance de l'état solide cristallisé et de la dynamique des vibrations qui s'y propagent. Par contre-coup, il n'est pas impossible de penser qu'elle puisse apporter sa contribution à la question des chaleurs spécifiques.

Bibliographie

- BEWILOGUA, L. (1931). *Phys. Z.* **32**, 740.
 BEWILOGUA, L. (1932). *Phys. Z.* **33**, 688.
 BORN, M. (1942-3). *Rep. Phys. Soc. Progr. Phys.* **9**, 294.
 BRILLOUIN, L. (1938). *Les tenseurs en mécanique et en élasticité*. Paris: Masson.
 GOENS, E. (1933). *Ann. Phys., Lpz.*, **17**, 233.
 HEISENBERG, W. (1931). *Phys. Z.* **32**, 737.
 JACQUET, P. (1937). *C.R. Acad. Sci., Paris*, **205**, 1232.
 JAMES, R. W. & BRINDLEY, J. (1931). *Phil. Mag.* **12**, 104.
 LACOMBE, P. & BEAUJARD, L. (sous presse). *J. Chim. phys.*
 LAVAL, J. (1939). *Bull. Soc. franç. Minér.* **62**, 137.
 LAVAL, J. (1941). *Bull. Soc. franç. Minér.* **64**, 70.
 LAVAL, J. (1942a). *C.R. Acad. Sci., Paris*, **215**, 279.
 LAVAL, J. (1942b). *C.R. Acad. Sci., Paris*, **215**, 359.
 OLMER, PH. (sous presse). *Bull. Soc. franç. Minér.*
 WALLER, I. (1927). *Phil. Mag.* **4**, 1228.
 WALLER, I. (1928). *Z. Phys.* **51**, 213.
 WALLER, I. (1929). *Z. Phys.* **58**, 35.
 WALLER, I. (1930). *Z. Phys.* **61**, 837.